

**Exercício 25 (capítulo 3 do livro):** Considere a variável aleatória  $X$  com a seguinte função de probabilidade

x	0	1	2	3	4
$f_X(x)$	0.2	0.2	0.1	0.3	0.2

(a) Calcule  $E(X)$  e  $Var(X)$ .

**Solução:** Tendo em conta a definição de valor esperado e variância temos que

$$E(X) = \sum_{x=0}^4 xP(X = x) = 0 \times 0.2 + 1 \times 0.2 + 2 \times 0.1 + 3 \times 0.3 + 4 \times 0.2 = 2.1$$

$$E(X^2) = \sum_{x=0}^4 x^2P(X = x) = 0 \times 0.2 + 1 \times 0.2 + 4 \times 0.1 + 9 \times 0.3 + 16 \times 0.2 = 6.5$$

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 6.5 - (2.1)^2 = 2.09$$

(b) Faça  $Y = 1 - 3X$  e calcule  $E(Y)$  e  $Var(Y)$ .

**Solução:** Usando as propriedades do valores esperado e da variância temos que

$$E(Y) = E(1 - 3X) = 1 - 3 \times E(X) = 1 - 3 \times 2.1 = -5.3$$

$$Var(Y) = Var(1 - 3X) = 9 \times Var(X) = 9 \times 2.09 = 18.81$$

(c) Sendo  $Z = |X - 2|$ , determine  $E(Z)$  e  $Var(Z)$ .

**Solução:** Dada as definições de valor esperado e de variância para funções de variáveis aleatórias temos que

$$\begin{aligned} E(Z) &= E(|X - 2|) = \sum_{x=0}^4 |x - 2|f_X(x) = 2 \times 0.2 + 1 \times 0.2 + 0 \times 0.1 + 1 \times 0.3 + 2 \times 0.2 \\ &= 1.3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(Z^2) &= E(|X - 2|^2) = \sum_{x=0}^4 |x - 2|^2 f_X(x) = 4 \times 0.2 + 1 \times 0.2 + 0 \times 0.1 + 1 \times 0.3 + 4 \times 0.2 \\ &= 2.1 \end{aligned}$$

$$Var(Z) = E(Z^2) - (E(Z))^2 = 2.1 - (1.3)^2 = 0.41$$